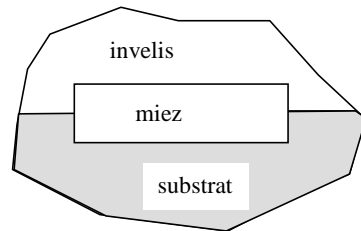


## GHIDURI DE UNDA

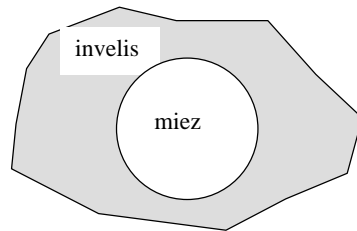
- functioneaza pe baza fenomenului de reflexie totala la interfata dintre doua medii. Ghidarea se face in jurul unei directii in spatiu. Am o regiune prin care unda se propaga (numita miez, cu indice de refractie mai mare) inconjurata de o regiune (sau mai multe) in care campul electromagnetic nu se propaga (invelis, respective substrat, cu indici de refractie mai scazuti).

- din punct de vedere geometric, ghidurile pot fi:

- cu miez rectangular (ghiduri integrate; planare) (in sectiune transversala, vezi poza)



- cu miez cilindric (fibre optice) (in sectiune transversala, vezi poza)



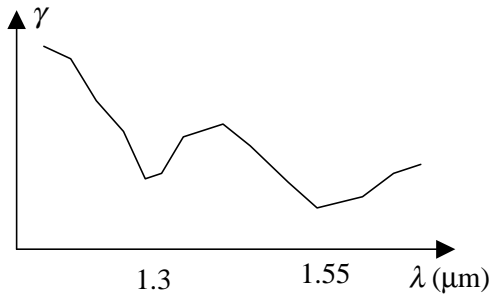
- in general ghidurile de unda planare sunt folosite pentru transmiterea informatiei pe distante mici (de ordinul mm, cm), iar fibrele optice se folosesc pentru transmiterea informatiei pe distante mari (chiar mii de km cu repetitor)

- invelisul are rol mecanic de protectie a miezului (dimensiunea transversala a miezului este de ordinul  $\mu\text{m}$ ) si rolul de a reduce pierderile de putere in exterior. In acest scop grosimea sa trebuie sa fie sufficient de mare astfel incat campul electromagnetic al modurilor ghidate sa descreasca spre zero pe o distanta radiala mai mica decat raza invelisului

- ghidurile planare se realizeaza in general din semiconductori, prin tehnologii specifice (vezi cursurile de tehnologia materialelor semiconductoare)

- fibrele optice se confectioneaza din  $\text{SiO}_2$ . Pentru a creste indicele de refractie al miezului se impurifica regiunea centrala a fibrei cu P sau Ge, iar invelisul se impurifica cu B. In ghidurile active, i.e. care au un coeficient de castig pe unitatea de lungime, miezul se impurifica cu  $\text{Er}^{3+}$ . Ghidurile active sunt extrem de importante in transmiterea informatiei la distanta mare pentru ca exista astfel posibilitatea ca pierderile datorate absorbtiei inerente in ghid sa fie compensate de castigul ghidului

- in ghiduri indicele de refractie depinde de lungimea de unda  $\lambda$ . Ele se folosesc pentru transmiterea informatiei la acele  $\lambda$  pentru care pierderile (date de partea complexa  $\gamma$  a indicelui de refractie) sunt minime. Pentru  $\text{SiO}_2$  exista doua ferestre:  $\lambda = 1.3 \mu\text{m}$  si  $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$  (vezi figura de mai jos)



- valorile lui  $\lambda$  la care absorbția este minima pot fi modificate (in limite înguste) de impuritățile prezente (modificarea este proporțională cu concentrația impurităților, care însă nu trebuie să fie foarte mare pentru a nu avea împrăstieri ale radiației în ghid)

- pentru ca profilul de impurități poate fi neuniform, profilul spațial al indicilor de refracție ai miezului și învelișului poate fi neuniform. Valoarea maximă a indicelui de refracție în miez se notează  $n_m$ , iar valoarea indicelui de refracție a învelișului  $n_i$ . În general  $n_i$  este aproape constant, iar indicele de refracție a miezului ia valoarea  $n_m$  de-a lungul axei de simetrie a ghidului (axa de rotație a fibrei, de exemplu)

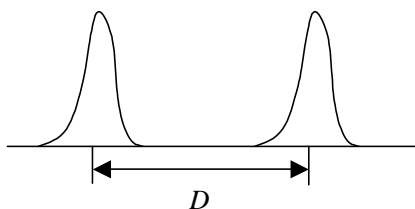
- ghidurile sunt caracterizate de doi parametri:

- diferența relativă a indicilor de refracție  $\Delta = \frac{n_m^2 - n_i^2}{2n_m^2} \cong \frac{n_m - n_i}{n_m}$ , unde ultima expresie este valabilă când  $n_m \cong n_i$
- frecvența normalizată  $V = \frac{2\pi d}{\lambda} \sqrt{n_m^2 - n_i^2}$ , unde  $d$  este dimensiunea transversală a miezului ghidului (semilățimea la ghiduri planare, raza la fibre).

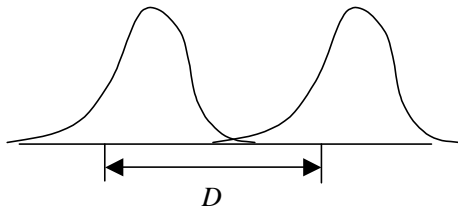
-  $V$  determină numărul de moduri care se propagă în ghid și implicit modul în care se poate trata propagarea câmpului electromagnetic în ghid. Mai precis,

- dacă  $V \gg 1$  (sau  $\lambda \ll d$ ) propagarea câmpului electromagnetic poate fi tratată cu ajutorul opticii geometrice. Ghidurile în acest caz sunt ghiduri multimod, iar parametrii specifici iau valorile  $\Delta = 0.01 \div 0.03$ ,  $d = 20 \div 100 \mu\text{m}$
- dacă  $V \cong 1$ , aproximația opticii geometrice nu mai poate fi utilizată pentru tratarea propagării câmpului. Se folosește tratarea ondulatorie. Ghidurile pentru care  $V \cong 1$  sunt ghiduri unimod, sau cu puține moduri. Parametrii specifici iau în acest caz valorile  $\Delta = 0.003 \div 0.01$ ,  $d = 4 \div 10 \mu\text{m}$

- ghidurile sunt folosite în general pentru transmiterea de pulsuri care sunt dispersate spațial (se largesc) în cursul propagării (vezi figura de mai jos). Valoarea dispersiei spațiale determină rata de transmitere a pulsurilor prin ghid (este esențial ca pulsurile să nu se suprapună – altfel am erori de transmisie)



la intrarea în ghid



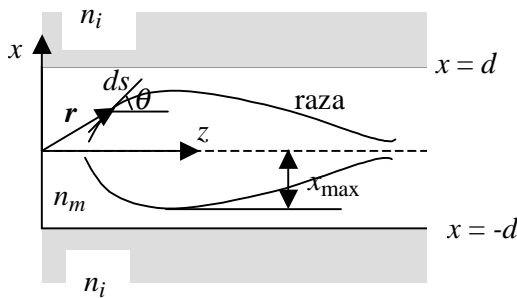
la iesirea din ghid

- deci  $D_{\min}$  la intrare intre doua pulsuri trebuie aleasa astfel incat la iesire, dupa o lungime  $L$ , pulsurile sa nu se suprapuna (rata de transmisie este proportionala cu  $1/D_{\min}$ ). Echivalent,  $\Delta t_{\min} = D_{\min} / v_g$ , cu  $v_g$  - viteza de grup a pulsurilor

- din punctul de vedere al opticii geometrice (ghiduri cu  $V \gg 1$ ) campul electromagnetic de la intrare este reprezentat ca un manunchi de raze (vezi figura de mai jos), fiecare dintre ele avand o trajectorie data de ecuatia

$$\frac{d}{ds} \left( n(\mathbf{r}) \frac{d\mathbf{r}}{ds} \right) = \nabla n(\mathbf{r})$$

unde  $s$  este distanta de-a lungul razei,  $\mathbf{r}$  este vectorul de pozitie, iar  $\theta(z)$  este unghiul intre  $ds$  si  $dz$



- pentru un anumit profil al indicelui de refractie si pentru dimensiuni date ale ghidului, traiectoria este determinate de  $\theta(0)$

- din punct de vedere al opticii geometrice, pierderile la propagare se datoreaza razelor care in cursul propagarii ating interfata  $x = \pm d$  si se refracta in invelis. Limita intre razele ghidate (cele care nu parasesc miezul) si cele refractate este data de raza cu unghiul de lansare  $\theta_c(0)$  pentru care  $|x_{\max}| = d$ . Deci, razele se impart in

- ghidate, pentru care  $0 \leq \theta(0) \leq \theta_c(0)$
- refractate, pentru care  $\theta_c(0) \leq \theta(0) < \pi/2$

- dispersia spatiala a pulsului se datoreaza faptului ca timpul de tranzit (de parcurgere a unei distante  $z$  date) este diferit pentru diferite raze (care au diferite traiectorii). Aceasta este dispersia intermodala. La ea se adauga si dispersia materialului  $n = n(\lambda)$ , care implica faptul ca raze care parcurg aceeasi trajectorie au timp de tranzit diferit daca frecventele asociate (sau  $\lambda$ ) sunt diferite

- timpul de tranzit al unei raze care se propaga cu viteza  $c/n(x)$  se defineste ca (presupunem ca  $n$  variaza doar ca functie de  $x$ )

$$t = \frac{1}{c} \int n(x) ds$$

sau, daca tin cont si de dispersia de material

$$t = \frac{1}{c} \int n_{ef}(x, \lambda) ds$$

$$\text{unde } n_{ef} = n + \lambda \frac{dn}{d\lambda}$$

- dispersia pulsului, data de  $\Delta t = t_{\max} - t_{\min} = f(z)$ , creste cu cat  $z$  creste. Mai mult, cu cat numarul de raze (moduri) este mai mare, dispersia creste. Deci o fibra (ghid) cu numar de moduri mai mic are o dispersie mai mica, ceea ce implica necesitatea de a folosi pentru transmiterea informatiilor ghiduri cu numar mic de moduri ( $V$  mic), care se trateaza prin rezolvarea ecuatiilor Maxwell si nu in aproximatia opticii geometrice

- totusi, ghidurile cu  $V$  mare se folosesc pentru transmiterea informatiei la distante relativ scurte (exemplu: pentru conectarea la centrale telefonice locale) deoarece au pret de cost mai scazut (tolerantele la un diametru de 100  $\mu\text{m}$  sunt mai mari decat la 10  $\mu\text{m}$ !)

### GHIDURI DE UNDA – TRATARE ONDULATORIE

- campul electromagnetic total intr-un ghid este compus din doua parti – o parte care este transmisa prin ghid si alta care e radiata (pierduta)

- campul electromagnetic in ghid este o solutie a ecuatiilor Maxwell fara surse (sursa de lumina intervine prin conditiile de frontiera (limita)):

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \mathbf{B} = 0 \\ \nabla \mathbf{D} = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t \\ \nabla \times \mathbf{H} = \partial \mathbf{D} / \partial t \end{array} \right.$$

- presupunand solutii armonice si medii izotrope, in care  $\mu, \varepsilon$  sunt scalari, obtinem

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla(\mu \mathbf{H}) = 0 \\ \nabla(\varepsilon \mathbf{E}) = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \mathbf{E} = -i\omega\mu \mathbf{H} \\ \nabla \times \mathbf{H} = i\omega\varepsilon \mathbf{E} \end{array} \right.$$

- in mediile neomogene, in care  $\mu, \varepsilon$  depind de coordonatele spatiale, ecuatia satisfacuta de campul magnetic este:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = \nabla \times (-i\omega\mu \mathbf{H}) = -i\omega\mu(\nabla \times \mathbf{H}) + i\omega \mathbf{H} \times \nabla \mu$$

(am folosit relatia  $\nabla \times (a\mathbf{b}) = \nabla a \times \mathbf{b} + a(\nabla \times \mathbf{b})$ ). Inlocuind expresiile pentru  $\mathbf{H}$  din ecuatiile Maxwell se obtine in final

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla(-\mathbf{E} \nabla \cdot \varepsilon / \varepsilon) - \nabla^2 \mathbf{E} = \omega^2 \varepsilon \mu \mathbf{E} - (\nabla \times \mathbf{E}) \times \nabla \mu / \mu,$$

care se mai poate scrie ca

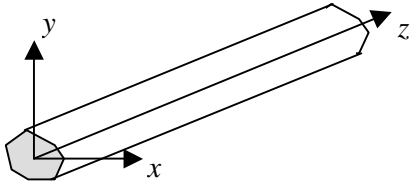
$$\nabla^2 \mathbf{E} + \omega^2 \varepsilon \mu \mathbf{E} + \nabla(\mathbf{E} \nabla \ln \varepsilon) + \nabla \ln \mu \times (\nabla \times \mathbf{E}) = 0 \quad (1)$$

- analog pentru campul magnetic

$$\nabla^2 \mathbf{H} + \omega^2 \varepsilon \mu \mathbf{H} + \nabla(\mathbf{H} \nabla \ln \mu) + \nabla \ln \varepsilon \times (\nabla \times \mathbf{H}) = 0 \quad (2)$$

## RELATII INTRE COMPONENTELE TRANSVERSALE SI LONGITUDINALE ALE CAMPULUI INTR-UN GHID DE UNDA

- in continuare presupunem ca mediul este nemagnetic ( $\mu = \mu_0$ ,  $\epsilon = n^2 \epsilon_0$ ) si ca proprietatile sale sunt invariante de-a lungul unei directii spatiale pe care o notez  $z$  (vezi figura de mai jos).  
Deci  $n^2 = n^2(x, y)$



- datorita simetriei presupun ca forma campului (solutia ecuatiilor Maxwell) este de tipul

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \mathbf{e}(x, y) \exp(i\beta z) = [\mathbf{e}_t(x, y) + \hat{z}e_z(x, y)] \exp(i\beta z) \quad (3)$$

$$\mathbf{H}(x, y, z) = \mathbf{h}(x, y) \exp(i\beta z) = [\mathbf{h}_t(x, y) + \hat{z}h_z(x, y)] \exp(i\beta z) \quad (4)$$

Atentie! Forma campului presupune ca distributia transversala nu se modifica in cursul propagarii. Aceasta nu este in general adevarat pentru campul total. Insa, dupa cum vom vedea in continuare, un camp electromagnetic arbitrar se poate descompune intr-o suma dupa solutii de forma celei de mai sus (=mod), asa dupa cum un pachet de unde arbitrare se poate descompune oricand dupa o suma de unde plane

- in ecuatiile generale (1), (2), valabile pentru un camp electromagnetic arbitrar, introduc (3), (4). Ne intereseaza relatiile intre componentele transversale si longitudinale ale modurilor.

Folosesc faptul ca  $\omega^2 \epsilon \mu = n^2 k^2$  cu  $k = 2\pi / \lambda$ , si descompun operatorul diferential ca  $\nabla = \nabla_t + \hat{z} \partial / \partial z$ . Obtin in locul lui (1) si (2)

$$\left[ \nabla_t^2 \mathbf{e} - \beta^2 \mathbf{e} + n^2 k^2 \mathbf{e} + \left( \nabla_t + \hat{z} \frac{\partial}{\partial z} \right) (\mathbf{e}_t + \hat{z} e_z) \nabla_t \ln n^2 \right] \exp(i\beta z) = 0$$

$$\left[ \nabla_t^2 \mathbf{h} - \beta^2 \mathbf{h} + n^2 k^2 \mathbf{h} + \nabla_t \ln n^2 \times \left( \nabla_t + \hat{z} \frac{\partial}{\partial z} \right) \times (\mathbf{h}_t + \hat{z} h_z) \right] \exp(i\beta z) = 0$$

sau (atentie la produsele scalare dintre vectori perpendiculari si la produsele vectoriale intre vectori paraleli!)

$$\left[ \nabla_t^2 \mathbf{e} - \beta^2 \mathbf{e} + n^2 k^2 \mathbf{e} + (\nabla_t + i\beta \hat{z}) (\mathbf{e}_t \nabla_t \ln n^2) \right] \exp(i\beta z) = 0$$

$$\left[ \nabla_t^2 \mathbf{h} - \beta^2 \mathbf{h} + n^2 k^2 \mathbf{h} + \nabla_t \ln n^2 \times (\nabla_t \times \mathbf{h}_t + i\beta \hat{z} \times \mathbf{h}_t + \nabla_t \times h_z \hat{z}) \right] \exp(i\beta z) = 0$$

- separand componentele transversale de cele longitudinale in ecuatiile de mai sus se obtine

$$(\nabla_t^2 + n^2 k^2 - \beta^2) \mathbf{e}_t = \nabla_t (\mathbf{e}_t \nabla_t \ln n^2)$$

$$(\nabla_t^2 + n^2 k^2 - \beta^2) e_z = -i\beta \mathbf{e}_t \nabla_t \ln n^2$$

$$(\nabla_t^2 + n^2 k^2 - \beta^2) \mathbf{h}_t = (\nabla_t \times \mathbf{h}_t) \times \nabla_t \ln n^2$$

$$(\nabla_t^2 + n^2 k^2 - \beta^2) h_z = (\nabla_t h_z - i\beta \mathbf{h}_t) \nabla_t \ln n^2$$

(in ultima ecuatie am folosit relatia  $\mathbf{a}(\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b}(\mathbf{c} \times \mathbf{a}) = \mathbf{c}(\mathbf{a} \times \mathbf{b})$  pentru a rescrie  $(\nabla_t \times h_z) \hat{\mathbf{z}}$  ca  $\hat{\mathbf{z}} \times \nabla_t h_z$  si apoi am folosit relatia  $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}) - \mathbf{c}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$ )

- se observa ca diferitele componente ale campului sunt cuplate de termenii in  $\nabla_t \ln n^2$ . Chiar pentru ghidurile cu indici de refractie in miez si invelis constanti,  $\nabla_t \ln n^2 = 0$  in miez si invelis, dar diferit de zero la interfata lor

### MODURI IN GHIDURI DE UNDA

- chiar daca  $\nabla_t \ln n^2 \neq 0$ , exista un caz exceptional pentru care componentele campului electric (sau magnetic) nu se cupleaza, adica satisfac ecuatia pentru medii omogene

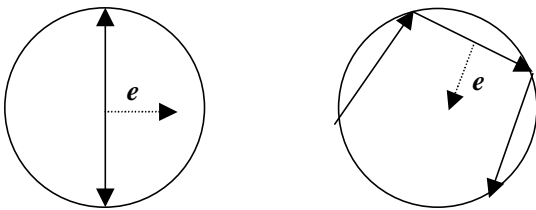
$$(\nabla_t^2 + n^2 k^2 - \beta^2) \mathbf{e}_t = 0 \quad (\text{sau } (\nabla_t^2 + n^2 k^2 - \beta^2) \mathbf{h}_t = 0).$$

Acesta este cazul in care  $e_z = 0$  peste tot (sau  $h_z = 0$ ) si corespunde modurilor transversal electrice TE (sau transversal magnetice TM).

- in general un camp electromagnetic arbitrar se poate descompune in moduri TE sau TM

- la ghidurile planare modurile TE si TM corespund celor doua stari de polarizare posibila a campului electromagnetic. La ghidurile planare directia campurilor electric si magnetic nu se modifica la reflexie, astfel incat  $e_z = 0$  sau  $h_z = 0$  se conserva la reflexie si modurile TE si TM nu se compun (in ghidurile planare simetria problemei implica rezolvarea separata a propagarii in planul  $xz$  si  $yz$ )

- la fibre optice modurile TE si TM sunt pastrate dupa fiecare reflexie doar de razele meridionale (cele care trec prin centrul fibrei). Pentru razele oblice este imposibila mentinerea lui  $e_z = 0$  sau  $h_z = 0$  la reflexii deoarece directia de propagare se roteste de-a lungul axei fibrei. Deci o raza oblica compune polarizarile TE si TM la fiecare reflexie; campurile modurilor sunt hibride si se noteaza EH, HE

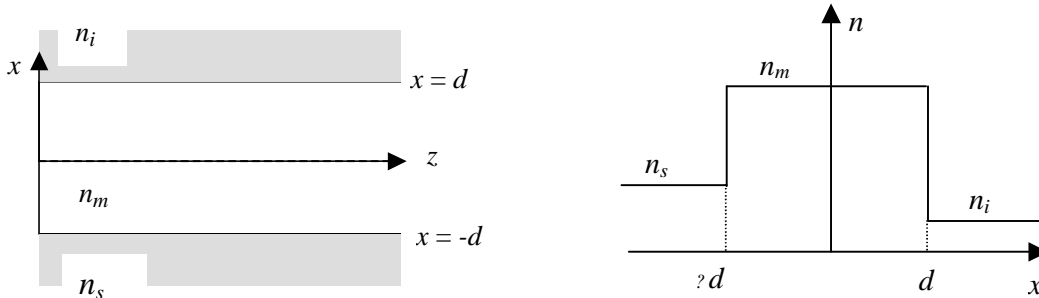


Proiectia in planul transversal a razelor meridionale si oblice care se propaga in lungul axei  $z$  sunt reprezentate in figura de mai sus in partea stanga, respectiv dreapta

- datorita legaturilor dintre componentele transversale si longitudinale ale campurilor electric si magnetic deduse mai sus, este suficient ca sa determin doar o componenta, de exemplu  $e_z$ , pentru a determina  $\mathbf{e}_t$  din relatiile de mai sus si apoi  $\mathbf{h}$  din ecuatiile Maxwell

## MODURI TE SI TM IN GHIDURI DE UNDA PLANARE CU INDICI DE REFRACTIE CONSTANTI

- presupunem un ghid de unda cu indice de refractie tip treapta, adica cu indici de refractie constanti in miez, invelis si substrat



- in acest caz  $\nabla \varepsilon = \nabla n = 0$  in miez, invelis si substrat, astfel incat in fiecare din aceste straturi orice componenta a campului,  $\psi$ , satisface ecuatia

$$(\nabla_t^2 + k^2 n^2 - \beta^2)\psi = 0$$

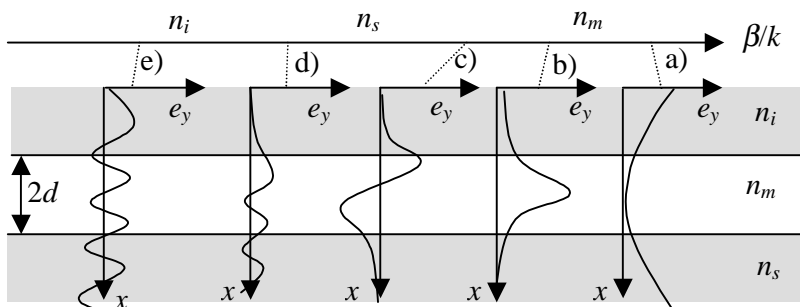
- in particular, pentru o unda TE,  $e_z = 0$  si aleg  $e_x = 0$ , astfel incat  $e_y$  satisface (in planul xz) ecuatia

$$\left( \frac{d^2}{dx^2} + k^2 n_m^2 - \beta^2 \right) e_y = 0, \quad 0 \leq |x| \leq d$$

$$\left( \frac{d^2}{dx^2} + k^2 n_i^2 - \beta^2 \right) e_y = 0, \quad x > d$$

$$\left( \frac{d^2}{dx^2} + k^2 n_s^2 - \beta^2 \right) e_y = 0, \quad x < -d$$

- in functie de relatia intre  $\beta/k$ ,  $n_i$ ,  $n_m$  si  $n_s$  se disting mai multe cazuri (presupun  $n_s > n_i$ ). In figura de mai jos aceste cazuri sunt reprezentate prin solutiile a)...e)



a)  $\beta/k > n_m$ .  $e_y$  este exponentiala in toate cele trei regiuni. Din conditiile de continuitate se obtine o crestere infinita a campului cu departarea de miez, solutie care nu corespunde unei situatii reale

b), c)  $n_s \leq \beta/k \leq n_m$ .  $e_y$  este sinusoidală în miez, exponențială în rest. În figura de mai sus sunt prezentate două exemple. Deoarece energia este proporțională cu  $|e_y|^2$ , ea este confinată în vecinătatea miezului, unda numărându-se ghidată. Ghidarea este posibilă doar dacă miezul are cel mai mare indice de refracție

d)  $n_i \leq \beta/k < n_s$ .  $e_y$  are o comportare exponențială în înveliș, sinusoidală în miez și substrat. Aceste moduri sunt radiative (sau de radiație) în substrat

e)  $0 < \beta/k < n_i$ .  $e_y$  are comportare sinusoidală în toate cele trei regiuni. Aceste moduri sunt moduri radiative ale ghidului

- constanta de propagare  $\beta$  se determină din impunerea condițiilor la limită asupra câmpului. O caracteristică importantă este că  $\beta$  are valori continue pentru modurile radiative d) și e) și valori discrete pentru modurile ghidate b) și c)

- numărul de moduri într-un ghid este dat de numărul soluțiilor distincte ale  $\beta$ . Evident doar modurile ghidate sunt finite ca număr

- pentru modurile TE, soluția câmpului electric ghidat în ipoteza  $n_i = n_s$  este

$$e_y = \begin{cases} \cos Ux / \cos Ud, & 0 \leq x < d \\ \exp(-W|x|) / \exp(-Wd), & |x| \geq d \end{cases}$$

pentru moduri pare și

$$e_y = \begin{cases} \sin Ux / \sin Ud, & 0 \leq x < d \\ \frac{x \exp(-W|x|)}{|x| \exp(-Wd)}, & |x| \geq d \end{cases}$$

pentru moduri impare, unde  $U = \sqrt{k^2 n_m^2 - \beta^2}$ ,  $W = \sqrt{\beta^2 - k^2 n_i^2}$

- din condiția de continuitate a câmpului  $e_y$  și a derivatei sale în raport cu  $x$  la  $x = \pm d$  se obțin ecuațiile transcendente din care se determină  $\beta$ :

$W = U \tan Ud$  pentru moduri pare și

$W = -U \cot Ud$  pentru moduri impare

- soluțiile lui  $\beta$  (și modurile corespunzătoare) ale ecuațiilor transcendente se numerotează  $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_N$  (respectiv  $TE_0, TE_1, \dots, TE_N$ ) în ordinea descrescătoare a valorii lor:

$\beta_0 > \beta_1 > \dots > \beta_N$ . Indicele constantei de propagare indică de asemenea și numărul de zerouri ale modurilor TE. De exemplu, modul b) din figura de mai sus corespunde lui  $TE_0$ , cu constanta de propagare  $\beta_0$  (nu are nici un zero), și modul c) corespunde lui  $TE_1$ , care se propaga cu  $\beta_1$  (are un zero al câmpului)

- pentru moduri TM soluțiile ghidate cu  $n_i = n_s$  satisfac aceeași ecuație ca și modurile TE (acum  $h_z = h_x = 0$ ):

$$\left( \frac{d^2}{dx^2} + k^2 n_m^2 - \beta^2 \right) h_y = 0, \quad 0 \leq x \leq d$$

$$\left( \frac{d^2}{dx^2} + k^2 n_i^2 - \beta^2 \right) h_y = 0, \quad |x| > d$$



doar ca acum  $h_y$  si  $\frac{1}{n^2} \frac{dh_y}{dx}$  sunt constante la interfata  $x = \pm d$ . Solutiile sunt

$$h_y = \begin{cases} \cos Ux / \cos Ud, & 0 \leq |x| < d \\ \exp(-W|x|) / \exp(-Wd), & |x| \geq d \end{cases}$$

pentru moduri pare si

$$h_y = \begin{cases} \sin Ux / \sin Ud, & 0 \leq |x| < d \\ \frac{x}{|x|} \frac{\exp(-W|x|)}{\exp(-Wd)}, & |x| \geq d \end{cases}$$

pentru moduri impare (aceleasi ca si la modurile TE)

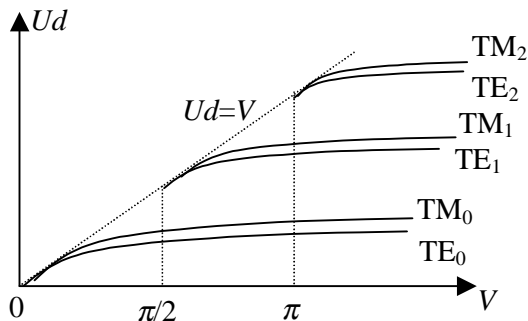
- ecuatiile transcendente inasa, din care se determina  $\beta$  sunt altele:

$$n_m^2 W = n_i^2 U \tan Ud \text{ pentru moduri pare si}$$

$$n_m^2 W = -n_i^2 U \cot Ud \text{ pentru moduri impare}$$

- aceleasi consideratii referitoare la numerotarea modurilor si la numarul de zerouri ale campului se aplica si aici

- solutiile numerice pentru  $\beta$  pentru ghiduri planare cu indici de refractie constanti sunt reprezentate in figura de mai jos.  $V = dU$  se numeste frecventa de taiere a modurilor ( $\beta = kn_i$  este cea mai mica valoare posibila pentru un mod). Pentru  $\beta = kn_i$ ,  $W = 0$ , deci  $\tan Ud = 0$  si  $\cot Ud = 0$  ( $Ud = n\pi/2$ ) sunt pozitiile pentru care apar noi moduri



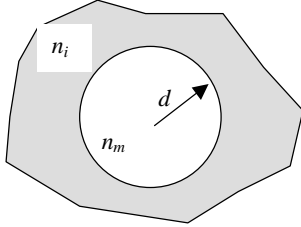
- pentru  $0 < V < \pi/2$  doar un mod TE se propaga prin ghid – ghidul este unimod (daca excit cu TE sau TM; altfel se propaga doua moduri: unul TE si unul TM); pentru  $V > \pi/2$  ghidul este multimod

- numarul total al modurilor ghidate intr-un ghid planar cu indici de refractie constanti este deci  $M = \text{Int}[4V/\pi]$ ;  $M$  depinde doar de  $V$ .  $M$  este numarul total al modurilor TE si TM. Numarul modurilor TE este egal cu numarul modurilor TM, si egal cu  $M/2$ . Numarul de moduri depinde (pentru un ghid de o configuratie data) de frecventa (sau lungimea de unda) prin  $V$  ( $V = kd\sqrt{n_m^2 - n_i^2} = (2\pi/\lambda)d\sqrt{n_m^2 - n_i^2}$ ). In general, numarul de moduri depinde si de legea de variatie a indicelui de refractie. Pentru ghiduri in care indicele de refractie are alta lege de variatie decat cea de tip treapta numarul de moduri este dat de alta expresie, care depinde de forma matematica a modurilor de tip TE si TM

## MODURI IN FIBRE OPTICE CU INDICI DE REFRACTIE CONSTANTI

- in cazul fibrelor optice modurile nu mai sunt TE si TM (decat pentru raze meridionale), ci EH si HE. Consider deci ca in acest caz  $e_z$  satisface in miez si invelis ecuatia

$(\nabla_t^2 + k^2 n^2 - \beta^2)e_z = 0$ . Din nou,  $\nabla \epsilon = \nabla n = 0$  atat in miez cat si in invelis



- in coordonate polare ecuatia de mai sus are forma

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + U^2 \right) e_z = 0, \quad 0 \leq r \leq d$$

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} - W^2 \right) e_z = 0, \quad r > d$$

unde, din nou,  $U = \sqrt{k^2 n_m^2 - \beta^2}$ ,  $W = \sqrt{\beta^2 - k^2 n_i^2}$

- caut solutii separabile de forma  $e_z(r, \phi) = F(r)G(\phi)$ , pentru care cele doua ecuatii de mai sus sa se scrie

$$\frac{1}{F} \frac{d^2 F}{dr^2} + \frac{1}{rF} \frac{dF}{dr} + \frac{1}{r^2 G} \frac{d^2 G}{d\phi^2} + \left\{ \begin{array}{l} U^2 \\ -W^2 \end{array} \right\} = 0$$

Separand termenii care depind de  $r$  de cei care depind de  $\phi$  in ecuatia de mai sus obtinem

$$-\frac{1}{G} \frac{d^2 G}{d\phi^2} = \frac{r^2}{F} \frac{d^2 F}{dr^2} + \frac{r}{F} \frac{dF}{dr} + r^2 \left\{ \begin{array}{l} U^2 \\ -W^2 \end{array} \right\} = l^2 = \text{const.}$$

unde  $l \geq 0$  este un intreg. In final,

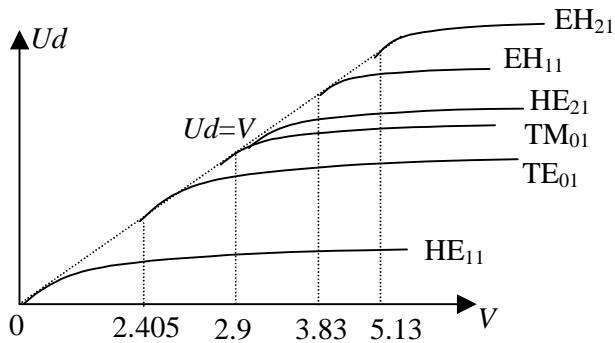
$$e_z = \left\{ \begin{array}{l} \frac{J_l(Ur) \cos(l\phi)}{J_l(Ud)}, \quad 0 \leq r \leq d \\ \frac{K_l(Wr) \cos(l\phi)}{K_l(Wd)}, \quad r > d \end{array} \right.$$

pentru moduri pare, si

$$e_z = \left\{ \begin{array}{l} \frac{J_l(Ur) \sin(l\phi)}{J_l(Ud)}, \quad 0 \leq r \leq d \\ \frac{K_l(Wr) \sin(l\phi)}{K_l(Wd)}, \quad r > d \end{array} \right.$$

pentru moduri impare.  $J_l$ ,  $K_l$  sunt functii Bessel de prima si a doua speta

- $\beta$  se determina din nou din conditiile la limita (de continuitate a campului si a derivatei sale in raport cu  $r$ ) pentru  $r = d$
- solutiile numerice pentru  $\beta$  sunt date in figura de mai jos



- cei doi indici ai modurilor indica: primul – ordinul  $l$ , iar al doilea, numarul solutiei ecuatiei pentru  $\beta$ . Fibra cu indici de refractie constanti este unimod pentru  $0 < V < 2.405$
- Numarul total de moduri este  $M = \text{Int}[V^2/2]$  daca indicii de refractie sunt constanti in miez si invelis, si  $M = \text{Int}\left[\frac{V^2}{2} \frac{q}{q+2}\right]$  pentru un profil de tip putere al indicelui de refractie in miez

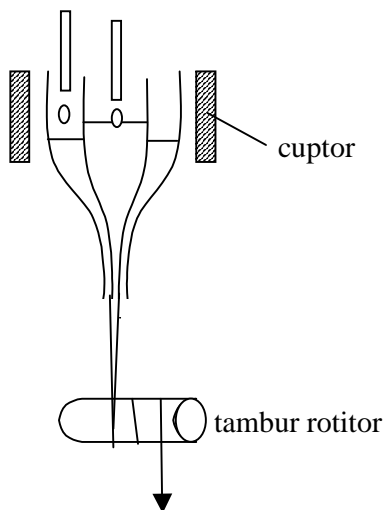
$$n^2(r) = \begin{cases} n_m^2 - (n_m^2 - n_i^2)(r/d)^q, & 0 \leq r \leq d \\ n_i^2, & r > d \end{cases}$$

## FABRICAREA FIBRELOR OPTICE

- se poate face prin metode continui sau discontinui

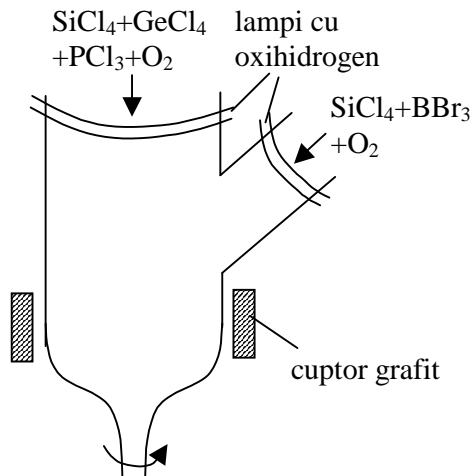
### METODE CONTINUI DE FABRICARE

#### Metoda celor doua creuzete



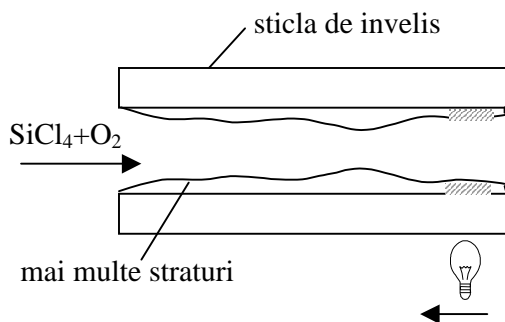
Am doua creuzete de dimensiuni diferite cu partea inferioara profilata ca in figura, cel mai mic in interiorul celui mai mare. In cele doua creuzete "picura" materialele din care se face miezul si invelisul. Cuptorul are rolul de a topi materialele. Fibra este apoi trasa pe un tambur rotitor

### Metoda creuzetului rotitor



Prin doua brate ale creuzetului din figura se introduc amestecurile de gaze mentionate. Ele reactioneaza in regiunea de temperatura mare a lampilor cu oxihidrogen. Cuptorul se roteste astfel incat  $\text{SiO}_2 + \text{B}$  (materialul de invelis) se depune deasupra compozitiei  $\text{SiO}_2 + \text{Ge} + \text{P}$  (miez). Cuptorul de grafit amorfizeaza amestecul. Apoi, fibra se trage ca mai sus, pe un tambur rotitor (care nu este desenat).

### FABRICARE DISCONTINUA



Pe un tub cilindric de o lungime data se depun mai multe straturi de  $\text{SiO}_2$  (eventual initial  $\text{SiO}_2$  dopat cu B peste care se depune  $\text{SiO}_2$  dopat cu Ge, P). O lampa cu oxihidrogen amorfizeaza fiecare strat. Se obtine astfel fibra cu profilul dorit, de dimensiune foarte mare insa. Fibra se poate apoi trage ca mai sus topind un capat al ei.

### ORTOGONALITATEA MODURILOR

- in orice ghid de unda campul electromagnetic total se poate descompune intr-un numar finit de moduri ghidate si o parte radiata:

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \sum_{j=1}^M a_j \mathbf{E}_j(x, y, z) + \sum_{j=1}^M a_{-j} \mathbf{E}_{-j}(x, y, z) + \mathbf{E}_{rad}$$

$$\mathbf{H}(x, y, z) = \sum_{j=1}^M a_j \mathbf{H}_j(x, y, z) + \sum_{j=1}^M a_{-j} \mathbf{H}_{-j}(x, y, z) + \mathbf{H}_{rad}$$

unde prima suma este dupa modurile ghidate ce se propaga inainte, de-a lungul directiei  $+\hat{z}$ , iar a doua este dupa modurile ghidate ce se propaga inapoi, de-a lungul  $-\hat{z}$  (ambele directii de propagare sunt permise)

-  $a_j$  si  $a_{-j}$  depind de sursa de radiatie

- legatura intre campurile modurilor care se propaga inainte si inapoi este

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_j = \mathbf{e}_{tj} + \hat{z}e_{zj} & \leftrightarrow \mathbf{e}_{-j} = \mathbf{e}_{tj} - \hat{z}e_{zj} \\ \mathbf{h}_j = \mathbf{h}_{tj} + \hat{z}h_{zj} & \leftrightarrow \mathbf{h}_{-j} = -\mathbf{h}_{tj} + \hat{z}h_{zj} \end{aligned}$$

la care se adauga legatura intre constantele de propagare

$$\beta_j \leftrightarrow \beta_{-j} = -\beta_j$$

- pentru a determina amplitudinile  $a_j$  se folosesc relatiile de ortogonalitate

$$\int_{A_\infty} (\mathbf{e}_j \times \mathbf{h}_k^*) \cdot \hat{z} dA = \int_{A_\infty} (\mathbf{e}_k^* \times \mathbf{h}_j) \cdot \hat{z} dA = 0, \quad j \neq k$$

unde  $A_\infty$  este suprafata transversala ( la  $z = \text{const.}$ ) care se intinde la infinit, iar  $*$  reprezinta operatia de conjugare complexa.

### DEMONSTRAREA RELATIEI DE ORTOGONALITATE

- iau  $\mathbf{F} = \mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2^* + \mathbf{E}_2^* \times \mathbf{H}_1$ , unde indicii 1 si 2 se refera la doua solutii ale ecuatiilor Maxwell fara surse, in mediile 1 si 2 (in particular doua moduri  $j$  si  $k$  in acelasi ghid de unda)

- folosind relatia  $\nabla(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) = \mathbf{b}(\nabla \times \mathbf{a}) - \mathbf{a}(\nabla \times \mathbf{b})$  si ecuatiile Maxwell pentru campuri armonice  $\nabla \times \mathbf{E} = -i\omega\mu\mathbf{H}$ ,  $\nabla \times \mathbf{H} = i\omega\epsilon\mathbf{E}$ , obtin

$$\begin{aligned} \nabla \mathbf{F} &= \nabla(\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2^* + \mathbf{E}_2^* \times \mathbf{H}_1) \\ &= \mathbf{H}_2^*(\nabla \times \mathbf{E}_1) - \mathbf{E}_1(\nabla \times \mathbf{H}_2^*) + \mathbf{H}_1(\nabla \times \mathbf{E}_2^*) - \mathbf{E}_2^*(\nabla \times \mathbf{H}_1) \\ &= i\omega\mathbf{H}_1\mathbf{H}_2^*(\mu_2^* - \mu_1) + i\omega\mathbf{E}_1\mathbf{E}_2^*(\epsilon_2^* - \epsilon_1) \end{aligned} \quad (*)$$

- in ghiduri nemagnetice  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$ ; notez  $\epsilon_1 = n_1^2\epsilon_0$ ,  $\epsilon_2 = n_2^2\epsilon_0$ . Deci, in acest caz

$$\nabla \mathbf{F} = i\omega\epsilon_0\mathbf{E}_1\mathbf{E}_2^*[(n_2^*)^2 - n_1^2]$$

- acum integrez  $\nabla \mathbf{F}$  pe o suprafata transversala la infinit si aplic teorema divergentei:

$$\int_{A_\infty} \nabla \mathbf{F} dA = \frac{\partial}{\partial z} \int_{A_\infty} \mathbf{F} \cdot \hat{z} dA + \oint_l \mathbf{F} \cdot \hat{n} dl$$

unde  $l$  este curba ce delimiteaza suprafata  $A_\infty$  si  $\hat{n}$  este normala la aceasta curba

- daca unul din modurile 1 sau 2 este ghidat, ultimul termen din relatia de mai sus dispare (campurile ghidate tind la zero la infinit)

- in plus, daca in relatia de mai sus, valabila pentru orice doua solutii ale ecuatiilor Maxwell, 1 si 2 sunt doua moduri ghidate prin acelasi ghid neabsorbant

$$n_1^2 = n_2^2 = (n_2^*)^2 = n^2$$

si deci  $\nabla \mathbf{F} = 0$ . In consecinta teorema divergentei impune  $\frac{\partial}{\partial z} \int_{A_\infty} \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{z}} dA = 0$ .

- pentru doua moduri  $k$  si  $j$ ,

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_k = \mathbf{e}_k(x, y) \exp(i\beta_k z)$$

$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_j = \mathbf{e}_j(x, y) \exp(i\beta_j z)$$

teorema divergentei implica

$$(\beta_j - \beta_k) \int_{A_\infty} (\mathbf{e}_j \times \mathbf{h}_k^* + \mathbf{e}_k^* \times \mathbf{h}_j) \cdot \hat{\mathbf{z}} dA = 0$$

(de fapt doar componentele transversale ale campurilor contribuie la produsul vectorial!).

Folosind aceeasi relatie pentru

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_k = \mathbf{e}_k(x, y) \exp(i\beta_k z)$$

$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_{-j} = \mathbf{e}_{-j}(x, y) \exp(-i\beta_j z)$$

obtinem

$$(\beta_j + \beta_k) \int_{A_\infty} (\mathbf{e}_j \times \mathbf{h}_k^* - \mathbf{e}_k^* \times \mathbf{h}_j) \cdot \hat{\mathbf{z}} dA = 0$$

(tin cont ca doar componentele transversale contribuie la produsul vectorial si ca  $\mathbf{e}_{t,-j} = \mathbf{e}_{tj}$ )

- scazand cele doua rezultate ale teoremei divergentei pentru cele doua seturi de campuri, se obtine

$$\int_{A_\infty} (\mathbf{e}_j \times \mathbf{h}_k^*) \cdot \hat{\mathbf{z}} dA = \int_{A_\infty} (\mathbf{e}_k^* \times \mathbf{h}_j) \cdot \hat{\mathbf{z}} dA = 0, \quad j \neq k$$

Acestea sunt relatiile de ortogonalitate

- pentru ghiduri absorbante o relatie analoaga se obtine fara complex conjugat (se porneste de la  $\mathbf{F} = \mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2 + \mathbf{E}_2 \times \mathbf{H}_1$ )

- de asemenea, fiecare mod ghidat este ortogonal pe campul de radiatie (demonstratie analoaga)

$$\int_{A_\infty} (\mathbf{e}_j \times \mathbf{H}_{rad}^*) \cdot \hat{\mathbf{z}} dA = \int_{A_\infty} (\mathbf{E}_{rad}^* \times \mathbf{h}_j) \cdot \hat{\mathbf{z}} dA = 0$$

- folosind relatiile de ortogonalitate se determina coeficientii

$$a_k = \frac{\int_{A_\infty} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}_k^*) \cdot \hat{\mathbf{z}} dA}{N_k},$$

cu  $N_k = \int_{A_\infty} (\mathbf{E}_k \times \mathbf{H}_k^*) \cdot \hat{\mathbf{z}} dA = \int_{A_\infty} (\mathbf{e}_k \times \mathbf{h}_k^*) \cdot \hat{\mathbf{z}} dA$  constanta de normare a modului  $k$

-  $N_k$  este real. Pentru a demonstra aceasta, folosim din nou ecuatiile Maxwell pentru campuri armonice. Avem:

$$\mathbf{e} \times \mathbf{h}^* = -\mathbf{h}^* \times \mathbf{e} = -\frac{i}{\omega\mu} (\nabla \times \mathbf{e}^*) \times \mathbf{e}$$

$$\mathbf{e}^* \times \mathbf{h} = -\mathbf{h} \times \mathbf{e}^* = -\frac{i}{\omega\mu} (\nabla \times \mathbf{e}) \times \mathbf{e}^*$$

de unde rezulta ca

$$\mathbf{e} \times \mathbf{h}^* = \mathbf{e}^* \times \mathbf{h} = (\mathbf{e} \times \mathbf{h}^*)^*.$$

In consecinta,  $\mathbf{e} \times \mathbf{h}^*$ , si deci  $N_k$  sunt reale pentru campuri armonice.

### PUTEREA INTR-UN GHID DE UNDA

- printr-un ghid neabsorbant puterea transmisa de un mod  $j$  curge paralel cu axa  $z$  si este distribuita pe sectiunea infinita a ghidului cu o intensitate data de vectorul Poynting

$$S_j = \frac{1}{2} |a_j|^2 \operatorname{Re}[(\mathbf{E}_j \times \mathbf{H}_j^*) \cdot \hat{\mathbf{z}}] = \frac{1}{2} |a_j|^2 (\mathbf{e}_j \times \mathbf{h}_j^*) \cdot \hat{\mathbf{z}}$$

- puterea totala se gaseste integrand  $S_j$  pe  $A_\infty$ :

$$P_j = \frac{1}{2} |a_j|^2 \int_{A_\infty} (\mathbf{e}_j \times \mathbf{h}_j^*) \cdot \hat{\mathbf{z}} dA = \frac{1}{2} |a_j|^2 N_j$$

- analog, puterea transmisa de modul  $j$  care se propaga inapoi, este

$$P_{-j} = \frac{1}{2} |a_{-j}|^2 \int_{A_\infty} (\mathbf{e}_{-j} \times \mathbf{h}_{-j}^*) \cdot \hat{\mathbf{z}} dA = -\frac{1}{2} |a_{-j}|^2 N_j$$

(numai componentele transversale contribuie la produsul vectorial, si  $\mathbf{h}_{t,-j} = -\mathbf{h}_{tj}$ )

Atentie:  $P_j > 0$ ,  $P_{-j} < 0$ !

### VITEZA DE GRUP A MODURILOR

- puterea modului  $j$  este transmisa de-a lungul ghidului cu viteza de grup

$$v_{gj} = \frac{d\omega}{d\beta_j} = \frac{d\omega}{d\lambda} \frac{d\lambda}{d\beta_j} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \frac{d\lambda}{d\beta_j}$$

$$(\omega = kc = 2\pi c / \lambda)$$

- viteza de grup se poate calcula daca se cunosc campurile. Pentru aceasta, se foloseste relatia (\*) de la ortogonalitatea modurilor, cu  $\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_j(\lambda) = \mathbf{e}_j \exp[i\beta_j(\lambda)z]$ ,

$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{E}'_j(\lambda') = \mathbf{e}'_j \exp[i\beta'_j(\lambda')z]$$

- teorema divergentei in acest caz este

$$\int_{A_\infty} \nabla \cdot \mathbf{F} dA = i2\pi c \int_{A_\infty} dA \left[ \left( \frac{\epsilon'}{\lambda'} - \frac{\epsilon}{\lambda} \right) \mathbf{E}_j \mathbf{E}'_j^* + \left( \frac{\mu'}{\lambda'} - \frac{\mu}{\lambda} \right) \mathbf{H}_j \mathbf{H}'_j^* \right]$$

$$= \frac{\partial}{\partial z} \int_{A_\infty} \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{z}} dA = -i(\beta'_j - \beta_j) \int_{A_\infty} dA (\mathbf{e}_j \times \mathbf{h}'_j + \mathbf{e}'_j \times \mathbf{h}_j) \cdot \hat{\mathbf{z}}$$

- ecuatia de mai sus se imparte cu  $\lambda' - \lambda$ , si se face limita  $\lambda' \rightarrow \lambda$ . In acest caz  $\lambda' - \lambda \rightarrow d\lambda$ ,  $\beta'_j - \beta_j \rightarrow d\beta_j$ ,  $\mathbf{e}'_j \rightarrow \mathbf{e}_j$ ,  $\mathbf{h}'_j \rightarrow \mathbf{h}_j$ , si obtin

$$2\pi c \int_{A_\infty} \left[ |\mathbf{e}_j|^2 \left| \frac{d}{d\lambda} \left( \frac{\varepsilon}{\lambda} \right) \right| + |\mathbf{h}_j|^2 \left| \frac{d}{d\lambda} \left( \frac{\mu}{\lambda} \right) \right| \right] dA = -\frac{d\beta_j}{d\lambda} \int_{A_\infty} 2(\mathbf{e}_j \times \mathbf{h}_j^*) \cdot \hat{\mathbf{z}} dA$$

- viteza de grup a modului  $j$  este deci

$$v_{gj} = \frac{2 \int_{A_\infty} (\mathbf{e}_j \times \mathbf{h}_j^*) \cdot \hat{\mathbf{z}} dA}{\lambda^2 \int_{A_\infty} \left[ |\mathbf{e}_j|^2 \left| \frac{d}{d\lambda} \left( \frac{\varepsilon}{\lambda} \right) \right| + |\mathbf{h}_j|^2 \left| \frac{d}{d\lambda} \left( \frac{\mu}{\lambda} \right) \right| \right] dA}$$

- in aceasta expresie este deja inclusa dispersia materialului

- deoarece campurile diferitelor moduri au expresii diferite,  $v_{gj}$  sunt diferiti pentru diferitele moduri

- chiar pentru un singur mod excitat cu o unda cvasimonocromatica de largime  $\Delta\lambda \ll \lambda_0$ , unde  $\lambda_0$  este lungimea de unda centrala, apare o dispersie spatiala a pulsului pentru ca  $v_{gj}$  este o functie de  $\lambda$ . Aceasta dispersie care apare pentru ca componentele de diferite lungimi de unda (diferite frecvente) au viteze de grup diferite se numeste dispersie intramodala

- in plus, daca mai multe moduri sunt excitate simultan, apare dispersia intermodala, cu  $v_{gj}$  diferiti pentru diferiti  $j$ .

- dispersia spatiala minima se obtine deci in fibre sau ghiduri de unda planare monomod

- timpul de tranzit pe lungimea  $z$ , definit ca

$$t_j = \frac{z}{v_{gj}} = -z \frac{\lambda^2}{2\pi c} \frac{d\beta_j}{d\lambda}$$

este diferit pentru diferiti  $j$

- daca se calculeaza timpul de tranzit  $t$  pentru un ghid planar cu indici de refractie constanti, se obtine pentru orice mod

$$t = t_{og} [1 - 2\Delta(1 - \eta)]$$

unde  $t_{og}$  este timpul calculat in aproximatia opticii geometrice,  $\Delta = (n_m^2 - n_t^2) / 2n_m^2$ , iar

$$\eta = \frac{A_m \int (\mathbf{e} \times \mathbf{h}^*) \cdot \hat{\mathbf{z}} dA}{\int_{A_\infty} (\mathbf{e} \times \mathbf{h}^*) \cdot \hat{\mathbf{z}} dA}$$

este fractiunea din puterea modului care curge in miez ( $A_m$  este sectiunea miezului)

- in general  $t < t_{og}$ , si  $t = t_{og}$  doar daca  $\eta = 1$ . Diferenta intre cele doua expresii se datoreaza faptului ca optica geometrica neglijeaza fenomenul difractiei.  $\eta \cong 1$  doar pentru fibre multimod